

SUBIECTUL I

Se consideră expresia $E(x) = (2x - 3)^2 - 4(x - 3)(x + 3) - (4 - x)(x + 2) + 20$

(4p) a) Arătați că $E(x) = x^2 - 14x + 57$;

(3p) b) Aflați valoarea maximă a fracției $\frac{2}{E(x)}$.

Soluție

a) $(2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9, (x - 3)(x + 3) = x^2 - 9, (4 - x)(x + 2) = -x^2 + 2x + 8$ 2p
finalizare 2p

b) $E(x) = x^2 - 14x + 57 = (x - 7)^2 + 8 \geq 8$ 2p

$\frac{2}{E(x)} \leq \frac{1}{4}$ 1p

SUBIECTUL II

(3p) a) Știind că $x \in [-3; 4)$, aflați cărui interval aparține numărul real $n = \frac{5x - 3}{4}$;

(4p) b) Dacă $\left[\frac{3x + 1}{4} \right] = 7$ și $x \in [a, b)$ să se afle numerele reale a și b , unde $\left[\frac{3x + 1}{4} \right]$ reprezintă partea întreagă a numărului $\frac{3x + 1}{4}$.

Soluție

a) $x \in [-3; 4) \Leftrightarrow -3 \leq x < 4 \Leftrightarrow -15 \leq 5x < 20$ 1p

$\frac{5x - 3}{4} \in \left[-\frac{9}{2}; \frac{17}{4} \right)$, finalizare 2p

b) $\left[\frac{3x + 1}{4} \right] = 7 \Rightarrow 7 \leq \frac{3x + 1}{4} < 8$ 1p

$28 \leq 3x + 1 < 32 \Rightarrow 27 \leq 3x < 31$

1p

$a = 9; b = \frac{31}{3}$ 2p

SUBIECTUL III VABC este o piramidă triunghiulară regulată cu vârful în V și baza triunghiul echilateral ABC, unde $VA = 12\sqrt{3}$ cm, iar $AB = 12$ cm.

(3p) a) Să se arate că $VA \perp BC$;

(4p) b) Să se determine distanța de la punctul A la planul (VBC).

Soluție

a) $BC \perp AM$, unde M este mijlocul muchiei BC, 1p

$BC \perp (VAM)$ 1p

Finalizare 1p

b) $(VBC) \perp (VAM)$ 1p

$d(A, (VBC)) = AQ$, unde $AQ \perp VM$ 1p

$d(A, (VBC)) = \frac{24\sqrt{22}}{11}$ cm 2p

SUBIECTUL IV Se consideră cubul ABCDA`B`C`D` cu muchia de 10 cm.

(3p) a) Să se afle sinusul unghiului plan al unghiului diedru format de planele (A`BD) și (C`BD);

(4p) b) Arătați că $A`C \perp (C`BD)$.

Soluție

a) determină unghiul plan al diedrului 1p

Calculează sinusul 2p

b) $BD \perp (A`AC)$ 1p

$BC` \perp (A`B`C)$ 1p

Finalizare 2p