

Olimpiada de matematică a satelor din România

Barem de corectare- etapa județeană

Problema nr 1 (7 puncte)

Comparați numerele a și b știind că:

$$a = [(25^7 \cdot 5^8)^2 : (625^4 \cdot 125^5 \cdot 5^9) \cdot 5^0]^{28} \text{ și}$$
$$b = [6^3 + 3^{81} : 3^{79} + 3^1 \cdot 5^{30} : 5^{23} : 5^5 + (6 - 2)^2 - 5 \cdot (7^2 - 2^1)]^{42}$$

Soluție:

$$a = 5^{112} \dots\dots\dots 3p$$

$$b = 81^{42} \dots\dots\dots 3p$$

$$a = (5^2)^{56} = 25^{56} < 27^{56} = 3^{168} = 81^{42} = b \dots\dots\dots 1p$$

Problema nr 2 (7 puncte)

Determinați numerele \overline{abc} știind că împărțite la \overline{bc} dau câtul $a + 1$ și restul $a + 5$.

Soluție:

$$\overline{abc} = (a + 1) \cdot \overline{bc} + a + 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$100a + \overline{bc} = a \cdot \overline{bc} + \overline{bc} + a + 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$99a = a \cdot \overline{bc} + 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$a \cdot (99 - \overline{bc}) = 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$a = 1 \text{ sau } a = 5 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{bc} = 94 \text{ sau } \overline{bc} = 98 \dots\dots\dots 1p$$

$$\overline{abc} = 194 \text{ sau } \overline{abc} = 598 \dots\dots\dots 1p$$

Problema nr 3 (7 puncte)

Un biciclist a parcurs un drum în patru zile astfel: în prima zi un sfert din lungimea drumului, a doua zi $\frac{2}{5}$ din rest și încă 16 km, a treia zi jumătate din restul drumului și încă 20 km, iar în ultima zi ultimii 26 km. Aflați lungimea drumului.

Soluție:

Drumul		$60 \cdot 4 = 240$	1p
I zi		$180 : 3 = 60$	1p
Rest după prima zi		$36 \cdot 5 = 180$	1p
a II a zi		$108 : 3 = 36$	1p
rest după a II a zi		$92 + 16 = 108$	1p
a III a zi		$46 \cdot 2 = 92$	1p
rest după a III a zi = a IV a zi		$26 + 20 = 46$	1p

Drumul are 240 km

Problema nr 4 (7 puncte)

- a) Scrieți numărul 91 ca diferența a două pătrate perfecte și ca diferența a două cuburi perfecte.
- b) Scrieți numărul 91^{2023} ca diferența a două pătrate perfecte și ca diferența a două cuburi perfecte.

Soluție:

- a) $91 = 10^2 - 3^2$ și $91 = 6^3 - 5^3$ 3p
- b) $91^{2023} = 91^{2022}(10^2 - 3^2) = (91^{1011} \cdot 10)^2 - (91^{1010} \cdot 3)^2$ 2p
- $91^{2023} = 91^{2022}(6^3 - 5^3) = (91^{674} \cdot 6)^3 - (91^{674} \cdot 5)^3$ 2p