CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„OPT *SPRE* ZECE”

28 MARTIE 2026

EDIȚIA a IX a

CLASA a VII – a
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

SUBIECTUL I **22,5 PUNCTE**

a) Comparați numerele:

$$x = \sqrt{\left(3-2\sqrt{3}\right)^2} + \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} - \sqrt{48} + \frac{3}{\sqrt{3}} + [0,(3)]^{-2}$$

$$y = 3\sqrt{6}\cdot\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - \sqrt{6}\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3}}\right) - \frac{16}{\sqrt{8}}$$

REZOLVARE

$x = \left|3-2\sqrt{3}\right| + \sqrt{3} - 4\sqrt{3} + \sqrt{3} + 9$ .... **3 puncte**

Explică modulul $\left|3-2\sqrt{3}\right| = 2\sqrt{3} - 3$..**2 puncte**

Obține $x = 6$..**2 puncte**

Obține $y = 4\sqrt{2}$ ....**4 puncte**

Obține $x > y$ ....**1,5 puncte**

b) Dacă $\sqrt{x} = \sqrt{\overline{a,b(c)} + \overline{b,c(a)} + \overline{c,a(b)}} \in Q$, aflați numărul tripletelor $(a;b;c)$ formate din cifre nenule și distincte.

REZOLVARE

$\overline{a,b(c)} + \overline{b,c(a)} + \overline{c,a(b)} = \frac{10(a+b+c)}{9} = k^2, k \in Q$ ....**3 puncte**

Cum $a+b+c \le 27 \rightarrow a+b+c = 10$ ....**3 puncte**

Obținem soluțiile $(1,2,7)$; $(1,3,6)$; $(1,4,5)$; $(2,3,5)$ ....**2 puncte**

Vom avea 24 triplete ordonate .... **2 puncte**

SUBIECTUL II **22,5 PUNCTE**

Folosind inegalitatea dintre media aritmetică și media geometrică, demonstrați că:

a) $\sqrt{1,9\cdot 2,1} + \sqrt{2,8\cdot 3,2} + \sqrt{3,7\cdot 4,3} < 9$.

b) $(1+a)\cdot(1+b)\cdot(1+c) \ge 8$, unde a, b, c sunt numere nenegative astfel încât $a\cdot b\cdot c = 1$.

c) $\sqrt{1+a}+\sqrt{1+b}<4$, unde $a, b>0$ și $a+b=4$.

Gazeta Matematică

REZOLVARE

a) $\frac{1{,}9+2{,}1}{2}>\sqrt{1{,}9\cdot 2{,}1} \rightarrow 2>\sqrt{1{,}9\cdot 2{,}1}$ .... **3 puncte**

Analog 3> $\sqrt{2{,}8\cdot 3{,}2}$ și 4> $\sqrt{3{,}7\cdot 4{,}3}$ .... **3 puncte**

Adunând relațiile se obține $\sqrt{1{,}9\cdot 2{,}1}+\sqrt{2{,}8\cdot 3{,}2}+\sqrt{3{,}7\cdot 4{,}3}<9$. .... **2,5 puncte**

b) $\frac{1+a}{2}\geq\sqrt{1\cdot a} \rightarrow 1+a\geq 2\sqrt{a}$ ....**2 puncte**

Analog $1+b\geq 2\sqrt{b}$, $1+c\geq 2\sqrt{c}$ ....**4 puncte**

Înmulțind relațiile și folosind $a\cdot b\cdot c=1$ obținem:

$(1+a)\cdot(1+b)\cdot(1+c)\geq 8$ .... **1 punct**

c) $\frac{1+(1+a)}{2}\geq\sqrt{1\cdot(1+a)} \rightarrow \frac{2+a}{2}\geq\sqrt{1+a}$ ....**3 puncte**

Analog $\frac{2+b}{2}\geq\sqrt{1+b}$ .... **3 puncte**

Adunând relațiile și folosind $a, b>0$ și $a+b=4$, obținem:

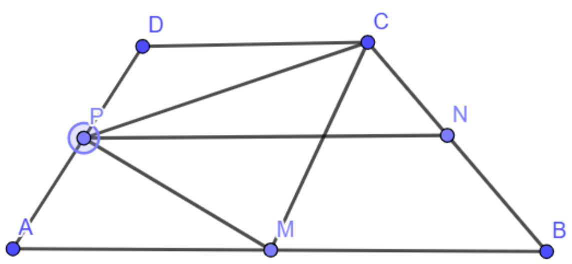
$\sqrt{1+a}+\sqrt{1+b}<4$ .... **1 punct**

SUBIECTUL III **22,5 PUNCTE**

Trapezul ABCD, $AB\|CD$ are $AB=12\ cm, CD=8\ cm$ și înălțimea de 4 cm. Se consideră M, N, P mijloacele laturilor AB, BC, respectiv AD. Calculați:

a) Ariile patrulaterelor ABCD, ABNP și CDPN;

b) Aria triunghiului CMP.



REZOLVARE

a) Află $A_{ABCD}=40\ cm^2$ ... **4 punte**

$A_{ABNP}=22\ cm^2$ și

$A_{CDPN}=18\ cm^2$.......... ....**6 punte**

Justifică că înălțimea trapezelor ABNP și CDPN este $2\ cm$....................**2,5 puncte**

b) Calculează $A_{\Delta AMP} = 6\ cm^2$ .... **2 puncte**

$A_{\Delta CMB} = 12\ cm^2$ .... **2 puncte**

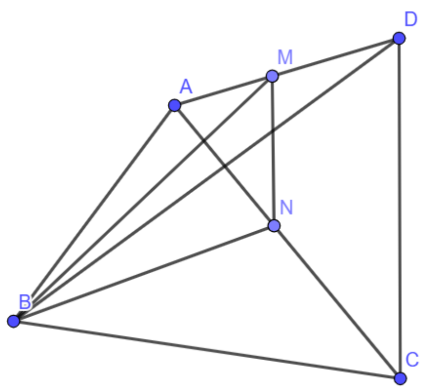
$A_{\Delta PDC} = 8\ cm^2$... **3 puncte**

Obține $A_{\Delta CMP} = 14\ cm^2$ .... **3 puncte**

SUBIECTUL IV **22,5 PUNCTE**

În patrulaterul convex ABCD se cunosc $AB = 12\ cm, CD = 44\ cm$ și $BC = BD = 32\ cm$. Se duc bisectoarele BM și BN ale unghiurilor ABD și respectiv ABC, $M \in AD$ și $N \in AC$. Calculați lungimea segmentului MN.

REZOLVARE



Aplică teorema bisectoarei în ΔABD și obține $\frac{AM}{MD} = \frac{12}{32}$.............................. **4 puncte**

Aplică teorema bisectoarei în ΔABC și obține $\frac{AN}{NC} = \frac{12}{32}$.. **4 puncte**

Aplică TR Thales și obține $MN \| DC$ ....**3,5 puncte**

Aplică TFA $\rightarrow \frac{AC}{AN} = \frac{CD}{MN} = \frac{AD}{AM}$ ....**4 puncte**

$\frac{AN}{NC} = \frac{12}{32} \rightarrow \frac{AN}{AN+NC} = \frac{12}{12+32} \rightarrow \frac{AC}{AN} = \frac{11}{3}$...**4 puncte**

Deci $\frac{11}{3} = \frac{CD}{MN} \rightarrow MN = 12$ ....**3 puncte**

Oficiu.. **10 puncte**