CONCURSUL JUDEȚEAN DE MATEMATICĂ

„OPT *SPRE* ZECE”

28 MARTIE 2026

EDIȚIA a IX - a

CLASA A VI – A

Subiectul I (22, 5 puncte)

a) Aflați termenul necunoscut x, $x \neq 0$, pentru care:

$$\frac{7}{x} = \frac{0,(3)+0,(27)+1,(23)}{4,5:0,09+2\frac{2}{3}} \cdot 2607$$

b)) Să se arate că numărul $A = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \ldots - 202 + 203$ este divizibil cu 17.

Subiectul II (22, 5 puncte)

Fie mulțimea $M = \{8, 17, 26, 35, 44, \ldots, 2015, 2024\}$.

a) Demonstrați că numărul elementelor mulțimii M este pătrat perfect.

b) Arătați că suma elementelor mulțimii M se poate scrie ca o sumă de trei pătrate perfecte nenule.

c) Dacă B este o submulțime cu 115 elemente a mulțimii M, demonstrați că în B există cel puțin două elemente a căror sumă este 2059.

Subiectul III (22, 5 puncte)

a) Fie unghiurile AOB și BOC neadiacente. Dacă $\widehat{AOB} = 112°$ și $\widehat{BOC} = 44°$, determinați măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri.

b) Într-un triunghi măsura unui unghi este cu 21° mai mică decât măsura altui unghi și cu 6° mai mare decât măsura celui de al treilea unghi. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.

Subiectul IV (22, 5 puncte)

Fie ΔABC în care $\hat{C} = 2 \cdot \hat{B}$. Bisectoarea interioară a unghiului $\widehat{ACB}$ intersectează dreapta AB în punctul D, iar mediatoarea segmentului BD intersectează dreapta BC în punctul E. Fie punctul F pe segmentul AC astfel încât CF = BE și $\{M\} = CD \cap EF$. Arătați că:

a) $\widehat{DME} \equiv \widehat{ACB}$

b) $DF \parallel BC$.

Timp efectiv de lucru: 3 ore
Toate subiectele sunt obligatorii
Se acordă 10 puncte din oficiu

Succes!

BAREM DE CORECTARE – CLASA A VI – A

Subiectul I (22, 5 puncte)

a) Aflați termenul necunoscut x, $x \neq 0$, pentru care:

$$\frac{7}{x} = \frac{0,(3)+0,(27)+1,(23)}{4,5:0,09+2\frac{2}{3}} \cdot 2607$$

b) Fie numărul A = 1 – 2 + 3 – 4 + 5 – 6 + … -202 +203. Arătați că A este divizibil cu 17.

a) $\frac{7}{x} = \frac{\frac{33+27+122}{99}}{\frac{45}{10}\cdot\frac{100}{9}+\frac{8}{3}} \cdot 2607$ 3p

$\frac{7}{x} = \frac{182}{99} \cdot \frac{3}{158} \cdot 2607$ 3p

$\frac{7}{x} = \frac{91}{1}$ 3p

$x = \frac{1}{13}$ 2p

b) A = (1 -2) + (3 – 4) + (5 – 6) + ... +(201 – 202) + 203
A = - 1 + (-1) + (-1) + ... +(-1) + 203 .... 3p
A = 101 · (-1) + 203 .... 3p
A = 102 .... 2p
Finalizare 3,5p

Subiectul II (22, 5 puncte)

Fie mulțimea M = {8, 17, 26, 35, 44, …, 2015, 2024}.
a) Demonstrați că numărul elementelor mulțimii M este pătrat perfect.
b) Arătați că suma elementelor mulțimii M se poate scrie ca o sumă de trei pătrate perfecte nenule.
c) Dacă B este o submulțime cu 115 elemente a mulțimii M, demonstrați că în B există cel puțin două elemente a căror sumă este 2059.

a) 8 = 8 + 0 · 9, 17 = 8 + 1 · 9, 26 = 8 + 2 · 9, 35 = 8 + 3 · 9, ...,
2015 = 8 + 223 · 9, 2024 = 8 + 224 · 9 .... 3p
Card M = 225
Finalizare 1,5p

b) Notăm cu S suma elementelor mulțimii M
S = (8 + 0·9) + (8 + 1 · 9) + (8 + 2 · 9) + ... + (8 + 224 · 9)
S = 225 · 8 + 9 · (1 + 2 + 3 + ... + 224) 3p
S = 225 · 4 · 254 .... 3p
$S = 30^2 \cdot 254 = 30^2 \cdot (15^2 + 5^2 + 2^2)$ 3p
Finalizare 1p

c) Căutăm perechi care îndeplinesc cerința problemei:

(2024; 35), (2015; 44), (2006; 53), (1997; 62), ..., (1043; 1016), (1034; 1025)

În total avem 111 perechi 3p

Considerăm situația cea mai dezavantajată:

- în mulțimea B vom pune primul element din fiecare pereche;
- cele trei numere 8, 17 și 26 cu care nuputem forma perechi cu suma 2059;

Avem în acest moment în B 114 elemente. 3p

Finalizare 2p

Subiectul III (22, 5 puncte)

a) Fie unghiurile AOB și BOC neadiacente. Dacă $\widehat{AOB} = 112°$ și $\widehat{BOC} = 44°$, determinați măsura unghiului format de bisectoarele celor două unghiuri.

b) Într-un triunghi măsura unui unghi este cu 21° mai mică decât măsura altui unghi și cu 6° mai mare decât măsura celui de al treilea unghi. Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.

a) Fie: OE bisectoarea $\widehat{AOB} \rightarrow \widehat{AOE} = \widehat{EOB} = \widehat{AOB} : 2 \rightarrow \widehat{AOE} = 56°$

OF bisectoarea $\widehat{COB} \rightarrow$ ... $\widehat{BOF} = 22°$

Realizare desen 5p

Finalizare 5p

b) Notăm măsurile unghiurilor: a + 21°, a, a - 6° 4p

a + 21° + a + a - 6° = 180° 2p

a = 55° 4p

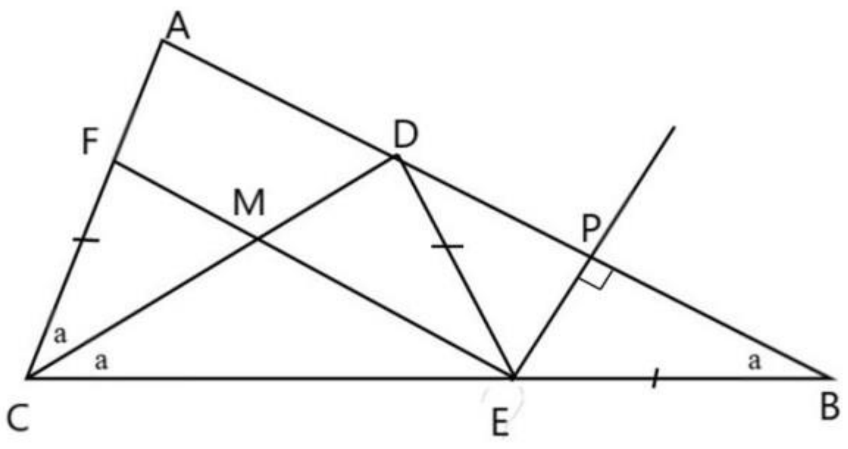
Finalizare 2,5p

Subiectul IV (22, 5 puncte)

Fie ΔABC în care $\hat{C} = 2 \cdot \hat{B}$. Bisectoarea interioară a unghiului $\widehat{ACB}$ intersectează dreapta AB în punctul D, iar mediatoarea segmentului BD intersectează dreapta BC în punctul E. Fie punctul F pe segmentul AC astfel încât CF = BE și $\{M\} = CD \cap EF$. Arătați că:

a) $\widehat{DME} \equiv \widehat{ACB}$

b) $DF \parallel BC$.



a) Fie $\hat{B} = a \rightarrow \hat{C} = 2a$

EP mediatoarea segmentului DP → DE = EB → ΔBED isoscel → $\widehat{EDB} = \widehat{EBD}$ = a

.... 5p

$\widehat{CED} = 2a$ 3p
$\Delta FCE \equiv \Delta DEC \rightarrow \widehat{DCE} \equiv \widehat{FEC}, \widehat{CEF} = a$ 4p
$\widehat{DME} = 2a$
Finalizare 2p

b) ΔCME isoscel $\rightarrow CM \equiv ME$ 2p
De la punctul a) din $\Delta FCE \equiv \Delta DEC \rightarrow CD \equiv EF$ 2p
$FM \equiv MD \rightarrow \Delta FMD$ isoscel $\rightarrow \widehat{MFD} \equiv \widehat{MDF}$ 2p
Finalizare 2,5p

Orice soluție, care este diferită de cea prezentată în barem va fi punctată corespunzător.