



13 aprilie 2024

EDIȚIA a VII a

CLASA A VIII A

**SUBIECTUL I****(7 PUNCTE)**

- a) Determinați toate perechile de numere întregi  $(x; y)$  pentru care  $x^2 + y^2 = x + y + xy$
- b) Determinați valoarea raportului  $\frac{a^2+b^2}{|a^2-b^2|}$ , pentru care  $a^2 + b^2 = 4ab$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$ .

**SUBIECTUL II****(7 PUNCTE)**

Calculați  $S = [\sqrt{1 \cdot 3 + 8}] + [\sqrt{2 \cdot 4 + 8}] + \dots \dots \dots [\sqrt{100 \cdot 102 + 8}]$ , unde cu  $[x]$  am notat partea întreagă a lui  $x$ .

**SUBIECTUL III****(7 PUNCTE)**

Din vârful  $A$  al pătratului  $ABCD$  se ridică perpendiculara  $AA'$  pe planul său. Dacă punctul  $M$  este piciorul perpendicularei din  $B$  pe  $A'C$  și  $AA' = AB = a$ , determinați:

- a) Măsura unghiului format de dreapta  $BM$  cu planul  $(A'OM)$ , unde  $O$  este centrul pătratului  $ABCD$ ;
- b) Distanța dintre dreptele  $A'C$  și  $BD$ .

Gazeta Matematică

**SUBIECTUL IV****(7 PUNCTE)**

Fie  $ABCD A'B'C'D'$  o prismă patrulateră regulată în care  $AA' = AB\sqrt{2} = a\sqrt{2}$  și  $M, N, O$  sunt, respectiv, mijloacele segmentelor  $BB', CC', BD$ .

- a) Arătați că  $A'B \perp (AMD)$
- b) Dacă  $\{G\} = A'O \cap (AMN)$  arătați că  $G$  este centrul de greutate atât pentru triunghiul  $AMN$  cât și pentru triunghiul  $A'BD$ .

*Fiecare dintre subiecte se notează de la 1 la 7 puncte.  
Timp efectiv de lucru: 180 minute*

*Succes!*